

ANALISIS PROPOSISI DENGAN METODE POHON SEMANTIK

Salwa Nursyahida

UIN Sunan Gunung Djati Bandung

Corresponding Author: salwanursyahida@uinsgd.ac.id

Abstract

The proposition is an argument or statement which has a truth value. Propositional Logic is a branch of Mathematical Logic that focuses on propositions and relations between them. Semantic tree (also known as truth tree, semantic tableau, or tableaux) is a method to grow truth-value assignment on trees. In this research article, the semantic tree method is used to analyze propositions and relations between propositions such as validity, consistency, equivalence, and logical entailment of propositions.

Keywords: *Propositional Logic; Propositional Analysis; Semantic Tree, Semantic Tableau, Tableaux*

How to cite: Salwa Nursyahida. (2022). Analisis Proposisi dengan Metode Pohon Semantik. *JMS (Jurnal Matematika dan Sains)*, 2(1), pp.165-174.

PENDAHULUAN

Logika mungkin dapat diartikan sebagai kerangka pengetahuan atau sains yang terorganisir, yang digunakan untuk mengevaluasi argument atau informasi (Hurley, 2012). Logika matematika dapat dijadikan landasan bagaimana menarik kesimpulan dari informasi-informasi yang ada. Seiring pertumbuhan akses internet di berbagai daerah, akses informasi juga semakin tak terbendung. Mungkin dapat dikatakan selalu ada informasi baru setiap detik. Dengan keberlimpahan tersebut, maka kemampuan logika yang baik menjadi salah satu hal penting untuk dimiliki sebagai pondasi untuk mengolah informasi. Tahapan logis yang biasa dilakukan seseorang saat menerima informasi adalah observasi, menarik kesimpulan, kemudian melakukan pemaparan (Genesereth & Kao, 2017). Logika Matematika dapat membantu mempertajam kemampuan penarikan kesimpulan, sehingga seseorang dapat memaparkan kesimplannya kepada orang lain (Kumar, 2017).

Ada berbagai macam penalaran yang dapat dilakukan oleh seseorang untuk menarik kesimpulan diantaranya adalah deduksi, induksi, abduksi, dan analogi (Genesereth & Kao, 2017). Deduksi adalah penalaran yang dapat menarik kesimpulan dari informasi yang bersifat umum ke khusus. Induksi adalah kebalikan dari deduksi, yaitu penalaran untuk menarik kesimpulan dari informasi yang khusus ke umum. Abduksi adalah penalaran untuk menarik kesimpulan dari akibat atau efek lalu seseorang akan menduga apa kemungkinan penyebabnya. Analogi adalah penalaran yang menghasilkan kesimpulan berdasarkan kemiripan situasi. Dari semua jenis penalaran, deduksi memberikan jaminan bahwa

kesimpulan yang diberikan mewakili setiap kasus yang ada. Logika matematika berlandaskan penalaran deduksi untuk menggiring premis atau informasi kepada sebuah kesimpulan.

Kajian dari Logika matematika sangat luas dan masih terbuka untuk penelitian. Beberapa kajian logika yang cukup terkenal adalah Logika Proposisi, Logika Predikat, Logika Relasi, dan Logika Herrbrand (Genesereth & Kao, 2017). Proposisi adalah kondisi atau pernyataan yang memiliki nilai kebenaran yaitu benar atau salah sedangkan Logika Proposisi adalah ranah Logika Matematika yang berfokus pada proposisi dan relasi antar proposisi. Logika predikat mempelajari ranah yang lebih kecil daripada proposisi yaitu elemen proposisi, dengan fokus utama pada predikat suatu kalimat logika Logika Relasi memperdetail ranah kajiannya yaitu membahas tentang keterkaitan dua atau lebih kalimat logika yang terhubung karena predikat. Logika Herrbrand memiliki keleluasaan karena dapat mencakup objek-objek yang banyaknya tak hingga. Artikel ini akan berfokus pada Logika Proposisi.

Dalam Logika Proposisi ada dua kajian utama tentang proposisi yaitu sintaksis dan semantik (Genesereth & Kao, 2017). Sintaksis adalah kajian tentang aturan proposisi yang terdiri dari jenis proposisi, operator, dan tingkatan operator. Secara ringkas proposisi terbagi menjadi dua jenis yaitu proposisi konstan atau proposisi tunggal, dan proposisi majemuk. Proposisi tunggal adalah argument tanpa dilengkapi dengan operator, sedangkan proposisi majemuk terdiri dari proposisi konstan yang dihubungkan dengan operator. Ada lima buah operator yang akan digunakan dalam artikel ini yaitu negasi, konjungsi, disjungsi, implikasi dan bimplikasi. Seperti halnya dalam operator aritmatika jika dalam suatu kalimat terdapat perkalian dan penjumlahan maka perkalian harus dikerjakan terlebih dahulu, begitu juga dalam logika ada hirarki atau tingkatan operator yang perlu diperhatikan, yaitu secara berurutan dari yang perlu dikerjakan terlebih dahulu adalah negasi, konjungsi, disjungsi, implikasi dan bimplikasi. Catatan khusus untuk implikasi atau bimplikasi jika ada dua buah operator implikasi berdekatan maka yang perlu didahulukan adalah operator sebelah kanan, begitu juga jika ada bimplikasi yang berdekatan

Semantik adalah kajian tentang makna proposisi yang mengatur bagaimana menentukan nilai kebenaran suatu proposisi, dan bagaimana nilai kebenaran suatu proposisi sederhana berdampak pada nilai kebenaran proposisi yang lebih majemuk. Metode yang lebih dikenal untuk menganalisis semantik suatu proposisi adalah tabel kebenaran. Artikel ini akan membahas metode lain yaitu Pohon Semantik untuk menganalisis suatu proposisi

dalam Logika Matematika. Jika tabel kebenaran mendata satu per satu setiap kemungkinan nilai kebenaran suatu proposisi, sedangkan pohon semantik mengurai proposisi-proposisi majemuk menjadi proposisi sederhana, lalu mengerucutkan kemungkinan yang ada.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi pustaka. Penelitian dilakukan pada Maret 2020 -Juni 2020, dan dilakukan beberapa perbaikan minor pada Maret 2021.

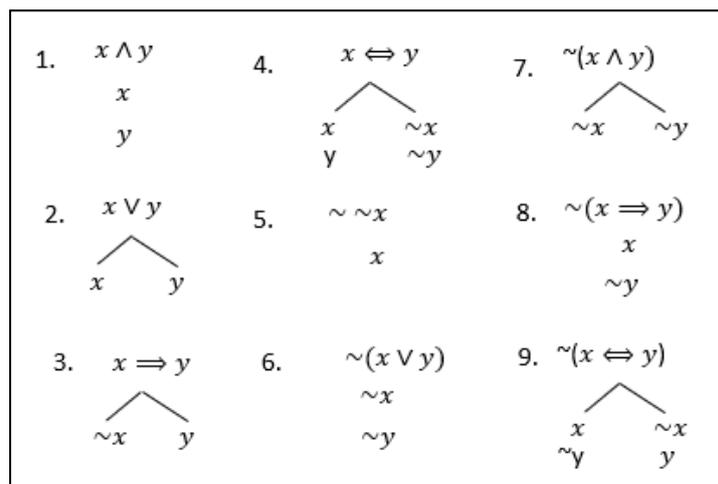
HASIL DAN PEMBAHASAN

Fokus dalam penelitian ini adalah menganalisis proposisi dan relasi antara proposisi seperti validitas suatu proposisi, konsistensi antar-proposisi, ekuivalensi antar-proposisi dan keterikatan proposisi (syarat cukup dan syarat perlu suatu proposisi).

Metode Pohon Semantik

Pohon Semantik adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk mendata kemungkinan nilai kebenaran suatu proposisi (Nolt, Rohatyn, & Varzi, 2011). Pohon semantik atau dikenal juga dengan istilah pohon kebenaran, tablo semantik atau tableaux, mengurai proposisi majemuk menjadi proposisi tunggal. Pohon semantik merupakan cara yang efisien untuk menyelesaikan permasalahan proposisi majemuk dengan sebanyak apa pun variabel maupun operator yang terlibat, metode ini juga dapat digunakan di dalam logika predikat, logika relasi maupun skala logika yang lebih luas (Zegarelli, 2007).

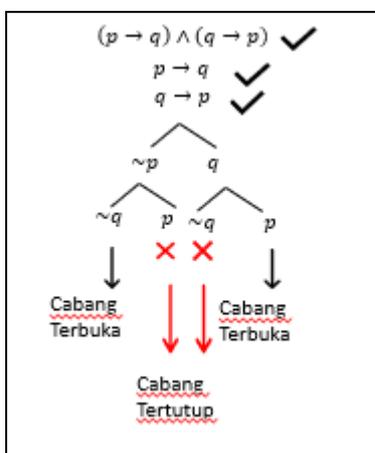
Dalam menguraikan proposisi majemuk, metode pohon semantik memiliki beberapa aturan dasar yang menjadi acuan seperti tercantum pada Gambar 1.



Gambar 1. Aturan Pohon Semantik

Berikut tahapan kerja pohon semantik untuk mengurai proposisi majemuk:

1. Uraikan proposisi-proposisi utama berdasarkan aturan pohon semantik.
2. Uraikan pernyataan-proposisi majemuk turunannya sesuai aturan pohon semantik satu per satu (urutan tidak diperhatikan).
3. Duplikasi uraian di semua cabang terbuka yang terhubung di bawahnya (jika tidak terhubung tidak perlu diduplikasi),
4. Tutup cabang yang memuat dua proposisi saling negasi (kebalikan).
5. Lanjutkan semua proses hingga semua proposisi majemuk terurai jadi proposisi tunggal atau semua cabang tertutup.
6. Jika semua cabang sudah ditutup meskipun semua proposisi majemuk belum diurai maka proses pohon semantik sudah selesai.



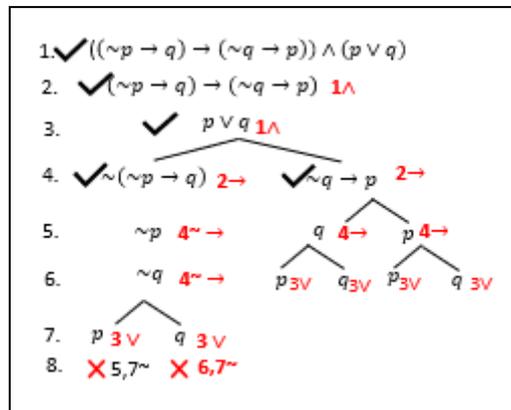
Gambar 2. Mengurai Proposisi dengan Pohon Semantik

Pohon Semantik mendata semua kemungkinan yang menyebabkan proposisi bernilai benar, tetapi tidak mendata kemungkinan yang menyebabkan proposisi bernilai salah. Cabang terbuka memuat kemungkinan-kemungkinan yang menyebabkan proposisi ini benar. Jika semua cabang terbuka tidak menjamin bahwa semua kemungkinan selalu bernilai benar, karena bisa jadi pohon semantik tersebut memiliki kemungkinan yang menyebabkan salah. Sedangkan cabang tertutup tidak memiliki arti apa-apa, hanya mengatakan bahwa cabang tersebut tidak memiliki kontribusi dalam menemukan kemungkinan yang menyebabkan benar. Tetapi jika semua cabang dalam pohon semantik adalah tertutup, ini menjamin bahwa tidak ada kemungkinan yang menyebabkan proposisi ini benar. Sebagai contoh proposisi $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ pada Gambar 2 bernilai benar jika $\tau(\sim q) = B$ dan $\tau(\sim p) = B$ arti lain $\tau(q) = S$ dan $\tau(p) = S$, serta, $\tau(p) = B$ dan $\tau(q) = B$, tetapi pohon semantik tidak memberi keterangan kemungkinan mana yang

menyebabkan proposisi bernilai salah.

Strategi dalam menguraikan proposisi dengan pohon semantik

1. Proposisi majemuk yang telah berhasil diurai diberi tanda ceklis (\checkmark), agar tidak terlewat saat pengerjaan atau tidak melakukan penguraian ganda.
2. Beri tanda kurung pada proposisi majemuk sesuai tingkatan operator, sehingga dapat mengurai proposisi dari operator terluar dahulu. Bekerja sesuai tingkatan operator meminimalkan resiko kesalahan dalam penguraian.
3. Meskipun tidak ada perbedaan menguraikan proposisi majemuk yang mana terlebih dahulu, tetapi biasanya lebih efisien mengerjakan proposisi majemuk yang diurai menjadi proposisi tak bercabang terlebih dahulu



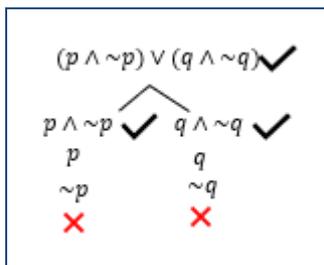
Gambar3. Pohon Semantik dengan keterangan (*Annotate Tree*)

Analisis Proposisi dengan Metode Semantik

Validitas Suatu Proposisi

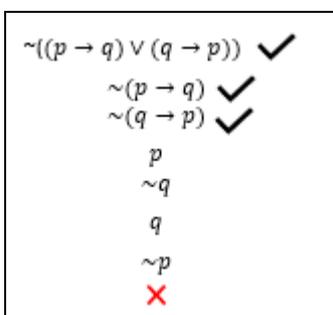
Sebuah proposisi dikatakan valid atau lebih dikenal dengan istilah tautologi jika semua kemungkinan selalu menyebabkan nilai kebenaran proposisi ini adalah benar. Sebuah proposisi dikatakan kontradiksi atau tidak valid jika semua kemungkinan selalu menyebabkan proposisi ini bernilai salah. Jika suatu proposisi tidak dapat dikategorikan valid atau kontradiksi maka proposisi tersebut disebut kontingen.

Dalam Tabel Kebenaran, kondisi kontradiksi adalah jika semua elemen di kolom bernilai salah, sedangkan dalam Pohon Semantik, kondisi kontradiksi tercapai jika semua cabang tertutup artinya tidak ada kemungkinan yang menyebabkan proposisi ini benar



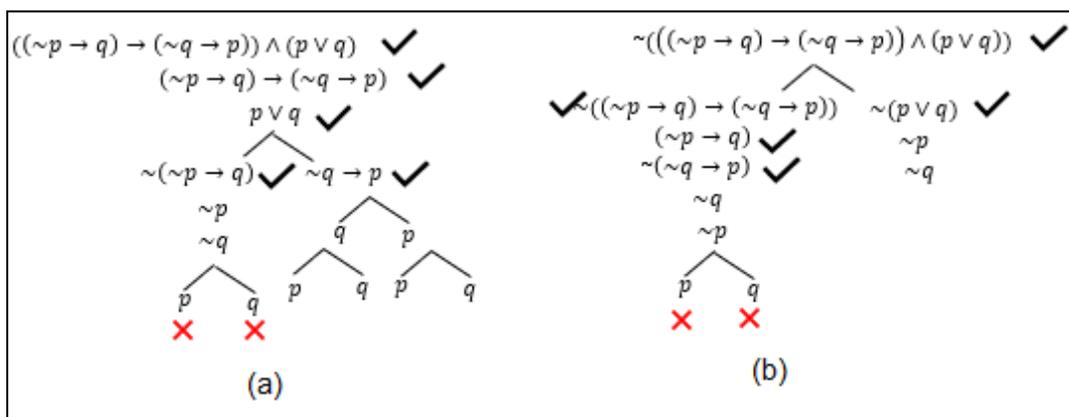
Gambar 4. Kondisi Kontradiksi dengan Pohon Semantik

Dalam Tabel Kebenaran, kondisi tautologi adalah jika semua elemen di kolom bernilai benar. Perhatikan bahwa pohon semantik tidak mendata kemungkinan yang menyebabkan proposisi ini salah. Sehingga untuk menentukan tautologi dapat dilakukan dengan memanfaatkan kondisi kontradiksi dari negasi proposisi.



Gambar 4. Kondisi Tautologi Proposisi $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ dengan Pohon Semantik

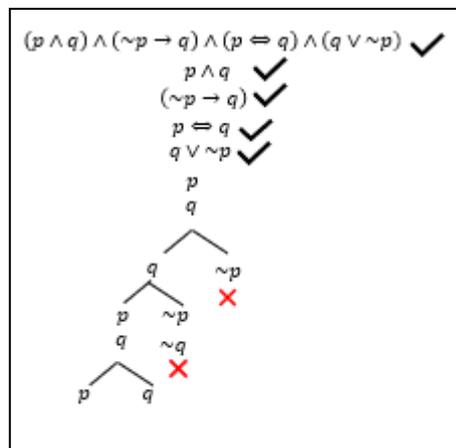
Dalam tabel kebenaran, kondisi kontingen dipenuhi jika dalam satu kolom terdapat baris yang bernilai benar juga baris yang bernilai salah. Dalam pohon semantik, kondisi kontingen tercapai jika baik uraian proposisi maupun negasi dari proposisi masih memiliki cabang yang terbuka.



Gambar 5. Kondisi Kontingen Proposisi $((\neg p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow p)) \wedge (p \vee q)$ (a) uraian proposisi masih memuat cabang terbuka (b) negasi proposisi masih memmuat ccabang terbuka.

Konsistensi antar-proposisi

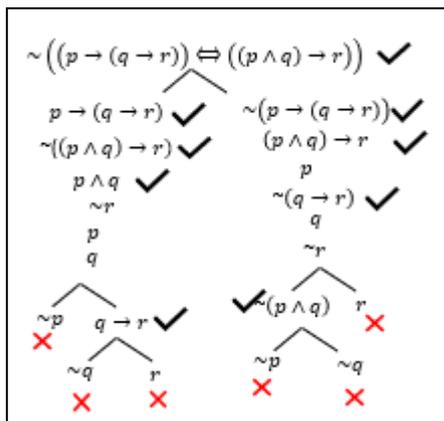
Dua buah proposisi dikatakan konsisten jika setidaknya ada sebuah kemungkinan yang mengakibatkan dua proposisi tersebut bernilai benar secara bersamaan. Dalam Tabel Kebenaran, Kondisi Konsistensi terjadi jika dua proposisi memiliki setidaknya sebuah nilai benar di baris yang sama. Dalam Pohon Semantik, Kondisi Konsistensi terjadi jika dua proposisi memiliki setidaknya sebuah kemungkinan yang menyebabkan dua proposisi tersebut benar bersamaan. Dengan kata lain proposisi x konsisten dengan proposisi y jika dan hanya jika $x \wedge y$ bukan kontradiksi (boleh tautologi atau kontingen), ditulis $\{x, y\}$ konsisten. Secara umum, $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ konsisten jika dan hanya jika $x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n$ bukan kontradiksi.



Gambar 5. $\{p \wedge q, \sim p \rightarrow q, p \Leftrightarrow q, q \vee \sim p\}$ konsisten

Ekuivalensi antar-proposisi

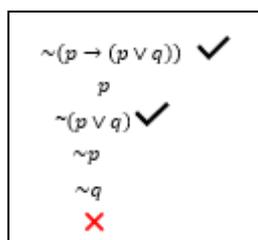
Dua buah proposisi dikatakan ekuivalen jika setiap kemungkinan mengakibatkan kedua proposisi tersebut memiliki nilai kebenaran yang sama. Dalam Tabel Kebenaran, Kondisi Ekuivalen terjadi jika dua proposisi memiliki nilai sama di semua elemen kolom-kolomnya. Dalam Pohon Semantik, Kondisi Ekuivalen terjadi jika dua proposisi memiliki semua kemungkinan nilai kebenaran yang sama. Dengan kata lain, Proposisi x dan y dinyatakan ekuivalen jika dan hanya jika $x \Leftrightarrow y$ adalah tautologi, selanjutnya dinotasikan dengan $x \equiv y$.



Gambar 6. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$

Keterkaitan Proposisi (Syarat Cukup dan Perlu)

Sebuah proposisi x dikatakan merupakan syarat cukup (*logical entailment*) bagi proposisi y jika setiap kemungkinan yang mengakibatkan x bernilai benar, juga mengakibatkan y bernilai benar. Dalam Tabel Kebenaran, x merupakan syarat cukup dari y jika setiap baris yang benar di x mengakibatkan baris tersebut benar juga di y . Dalam Pohon Semantik, x merupakan syarat cukup dari y jika dan hanya jika $x \rightarrow y$ adalah tautologi, dinotasikan dengan $x \models y$. Secara umum, proposisi $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ dinyatakan syarat cukup y jika dan hanya $(x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n) \rightarrow y$ tautologi. Jika proposisi x merupakan syarat cukup bagi y maka dapat dikatakan y merupakan syarat perlu dari x .



Gambar 7. $p \models (p \vee q)$

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Pohon Semantik adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk mendata kemungkinan nilai kebenaran suatu proposisi. Pohon semantik dapat digunakan menganalisis proposisi dan relasi antara proposisi seperti validitas suatu proposisi, konsistensi antar-proposisi, ekuivalensi antar-proposisi dan keterkaitan proposisi (syarat cukup dan syarat perlu suatu proposisi). Dalam menguraikan proposisi majemuk, metode pohon semantik memiliki beberapa aturan dasar yang menjadi acuan.

Tahapan kerja pohon semantik untuk mengurai proposisi majemuk: uraikan proposisi-proposisi utama berdasarkan aturan pohon semantik, uraikan pernyataan-proposisi majemuk turunannya sesuai aturan pohon semantik satu per satu (urutan tidak diperhatikan), duplikasi uraian di semua cabang terbuka yang terhubung di bawahnya (jika tidak terhubung tidak perlu diduplikasi), tutup cabang yang memuat dua proposisi saling negasi (kebalikan), lanjutkan semua proses hingga semua proposisi majemuk terurai jadi proposisi tunggal atau semua cabang tertutup, dan jika semua cabang sudah ditutup meskipun semua proposisi majemuk belum diurai maka proses pohon semantik sudah selesai.

Dalam Pohon Semantik, kondisi kontradiksi tercapai jika semua cabang tertutup artinya tidak ada kemungkinan yang menyebabkan proposisi tersebut benar. Untuk menentukan tautologi dapat dilakukan dengan memanfaatkan kondisi kontradiksi dari negasi proposisi. Kondisi kontingen tercapai jika baik uraian proposisi maupun negasi dari proposisi masih memiliki cabang yang terbuka. Dua buah proposisi atau lebih dikatakan konsisten jika konjungsi dari proposisi-proposisi tersebut bukan merupakan kontradiksi. Dua buah proposisi dikatakan ekuivalen jika \leftrightarrow implikasi dari kedua proposisi tersebut adalah sebuah tautologi. Sebuah proposisi merupakan syarat cukup dari proposisi lain jika implikasi dari proposisi tersebut ke proposisi lain itu merupakan tautologi.

Saran

Rekomendasi penelitian lanjutan dari artikel ini adalah mengkaji penerapan metode pohon semantik pada ruang lingkup selain logika proposisi, misalkan pada logika predikat. Penerapan metode lain selain seperti *Fitch-style system of deduction* (dapat dipelajari di (Barwise & Etchemendy, 1999) dapat dijadikan pertimbangan untuk penelitian lanjutan

DAFTAR RUJUKAN

- Barwise, J., & Etchemendy, J. (1999). *Language, Proof, and Logic*. CSLI Publication.
- Genesereth, M., & Kao, E. J. (2017). *Introduction to Logic, Third Edition*. Morgan & Claypool Publishers.
- Hurley, P. J. (2012). *A Concise Introduction to Logic, Eleventh Edition*. Wadsworth.
- Kumar, R. (2017). Effectiveness of Formal Logic Course on the Reasoning Skills of Students in Nizwa College of Technology, Oman. *Journal of Education and Practice*, 30-35.
- Nolt, J., Rohatyn, D., & Varzi, A. (2011). *Schaum's Outline of Logic, Second Edition*. McGraw Hill.
- Zegarelli, M. (2007). *Logic For Dummies*. Wiley Publishing, Inc.

