
**PENENTUAN BREAK EVEN POINT MELALUI REGRESI DAN
NEWTON RAPHSON****Fitroh Resmi^{1*}, Aris Alfian², Nihaya Alivia Coraima Dewi³**^{1,2,3}Universitas Billfath**Corresponding Author:** *fitroh.resmi@billfath.ac.id****Abstract**

Determining Break Even Point (BEP) in a production is an important thing to do. BEP analysis is used as a basis for profit planning. By knowing the Break Even Point (BEP), management can determine the amount of production or sales that must be made according to the profit target to be achieved. The research method used is literature review (literature study). Data collection techniques using secondary data taken from the Kaggle site. Data analysis uses descriptive statistics with the help of the python program. In certain cases, the production costs or selling cost is not a linear function. So it is necessary to form a mathematical equation through regression. The model is evaluated using MAE, MSE and R2. Determination of BEP is done by forming the equation of production costs and selling costs which are then solved by the Newton Raphson method. The results of this study are the regression method and Newton raphson can be used as an alternative in determining the BEP for cases that are not linear.

Keywords: *Break Even Point; Newton Raphson; Regression***How to cite:** Resmi, F., Alfian, A. & Dewi, N.A.C. (2023). Penentuan Break Even Point melalui Newton Raphson. *JMS (Jurnal Matematika dan Sains)*, 03(1), pp.1-12.

PENDAHULUAN

Salah satu upaya dalam menumbuhkan perekonomian Indonesia di masa pandemi COVID-19 adalah melakukan analisis Break Even Point (BEP) dalam suatu produksi. Hal ini penting dilakukan sebagai bentuk antisipasi agar tidak terjadi kerugian. Analisis BEP adalah analisis keadaan perusahaan yang tidak untung dan tidak rugi. Analisis BEP dapat digunakan dalam merencanakan, mengendalikan dan pengambilan keputusan karena berdampak, efektif dan akurat. (Alnasser dkk, 2014). Perencanaan yang dimaksud adalah perencanaan keuntungan hingga perencanaan jumlah produksi atau penjualan yang harus dilakukan.

Penelitian terdahulu oleh Perdana, dkk (2021) melakukan analisis BEP pada usaha Warung Makan Deva dan Novi di daerah Sukoharjo dengan pengklasifikasian biaya berdasarkan perilaku biaya yang diperlukan dalam melakukan perencanaan laba. Metode pemisahan biaya tetap dan biaya variabel dalam perhitungan BEP banyak digunakan oleh peneliti (Putri dkk, 2022; Nastiti dkk, 2012). Biaya tetap adalah suatu biaya yang besarnya tidak bergantung pada banyaknya produk, sedangkan biaya variabel merupakan suatu biaya yang bergantung pada banyaknya produk. biaya tetap seperti biaya penyusutan alat, biaya

tempat, dan biaya listrik sedangkan biaya variabel seperti biaya bahan baku.

Sekalipun analisis BEP ini banyak digunakan oleh perusahaan, tetapi tidak dapat dilupakan bahwa analisis ini mempunyai beberapa kelemahan, salah satunya asumsi tentang linearity. Tingkat penjualan yang melewati suatu titik tertentu hanya akan dicapai dengan jalan menurunkan harga jual per unit. Hal ini tentu saja akan menyebabkan garis pendapatan tidak akan lurus, melainkan melengkung (Suhardi dan Purwanto, 2004). Sehingga sebelum menentukan BEP, perlu pembentukan model matematika terlebih dahulu. Model regresi dibentuk berdasarkan data (pengalaman sebelumnya) agar dapat sesuai dengan kondisi sesungguhnya. Penyelesaian model matematika tersebut menggunakan pendekatan numerik metode Newton Raphson karena metode ini memiliki konvergensi paling cepat dibandingkan metode lain (Munir, 2003).

Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan model matematika dari biaya produksi dan penjualan dengan menggunakan regresi serta mendapatkan BEP dengan pendekatan numerik metode Newton Raphson. Manfaat penelitian ini adalah meningkatkan pengetahuan atas penerapan regresi dalam membentuk model matematika di bidang ekonomi, serta penerapan metode Newton Raphson dalam analisa BEP. Selain itu, hasil penelitian dapat digunakan sebagai rujukan bagi industri dalam menentukan BEP. Penelitian ini juga dapat digunakan sebagai rujukan peneliti lain dalam menerapkan metode Newton Raphson di berbagai bidang.

METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah kajian pustaka (studi literature). Teknik pengumpulan data dengan menggunakan data sekunder yang diambil dari situs kaggle : <https://www.kaggle.com/datasets/vinicius150987/manufacturing-cost>. Analisis data menggunakan statistika deskriptif dengan bantuan program python untuk mengetahui persebaran data. Model Matematika biaya produksi dan biaya penjualan dibentuk dengan menggunakan regresi. Metode regresi merupakan suatu metode dalam membentuk suatu model matematika dengan meminimalkan selisih antara data dengan model yang dibentuk (Least Square) :

$$R = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Dimana : Y_i : Data ke-i

$\hat{Y}_i$: Nilai pendekatan dari hasil regresi

n : Banyak data

Model matematika yang dibentuk (hasil regresi) bisa berbentuk fungsi polynomial maupun fungsi linear. Misalkan regresi berbentuk linear : $\hat{Y} = a + bX$, maka untuk mendapatkan selisih terkecil (least square), secara analisis dapat dilakukan teknik differensial terhadap koefisien regresinya sehingga didapatkan nilai stasionernya.

$$\frac{\partial R}{\partial a} = \sum_{i=1}^n (Y_i - (a + bX_i))^2 = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial b} = \sum_{i=1}^n (Y_i - (a + bX_i))^2 = 0$$

Didapatkan :

$$\sum Y_i = a \sum 1 + b \sum X_i$$

$$\sum X_i Y_i = a \sum X_i + b \sum X_i^2$$

Dapat dinyatakan dalam bentuk matriks seperti berikut :

$$\begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum 1 & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Sehingga kita dapatkan nilai koefisien regresi sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum 1 & \sum X_i \\ \sum X_i & \sum X_i^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum Y_i \\ \sum X_i Y_i \end{bmatrix}$$

Untuk mendapatkan nilai koefisien regresi dapat dilakukan dengan metode eliminasi Gauss dengan hasil sebagai berikut :

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

Setelah model terbentuk, model dievaluasi dengan MAE, MSE dan R2.

1. MAE (Mean Absolute Error) : Rata-rata mutlak dari selisih antara data sebenarnya dengan data hasil regresi, dapat dinyatakan dalam persamaan matematika sebagai berikut :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i|$$

2. MSE (Mean Square Error) : Rata-rata dari jumlahan kuadrat selisih antara data sebenarnya dengan data hasil regresi, dapat dinyatakan dalam persamaan matematika sebagai berikut :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

3. RSE (Relative Standar Error) : Kuadrat dari jumlahan selisih antara data sebenarnya dengan data hasil regresi terhadap kuadrat jumlahan selisih antara data sebenarnya

dengan rata-rata dari data sebenarnya.

$$\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}$$

4. R^2 : Selisih antara satu dengan relative standar eror
- $$1 - RSE$$

(Chapra, dkk, 2007).

Penentuan BEP dilakukan dengan membentuk persamaan biaya produksi dan biaya penjualan yang kemudian diselesaikan dengan metode Newton Raphson. Metode Newton Raphson merupakan metode iterasi untuk menyelesaikan persamaan $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, dengan asumsi $\mathbf{f}$ mempunyai turunan kontinu $\mathbf{f}$. Secara geometri metode ini menggunakan garis singgung sebagai hampiran fungsi pada suatu selang. Gagasan dasarnya adalah grafik $\mathbf{f}$ dihampiri dengan garis-garis singgung yang sesuai. Dengan menggunakan suatu nilai $\mathbf{x}$ sebagai tebakan awal yang diperoleh dengan melokalisasi akar-akar dari $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ terlebih dahulu, kemudian ditentukan $\mathbf{x}_{i+1}$ sebagai titik potong antara sumbu $\mathbf{x}$ dan garis singgung pada kurva $\mathbf{f}$ di titik $(\mathbf{x}_i, \mathbf{f}(\mathbf{x}_i))$. Prosedur yang sama diulang, menggunakan nilai terbaru sebagai nilai coba untuk iterasi seterusnya (Sanjaya, 2015)

Algoritma metode ini diperoleh dari perhitungan gradien garis singgung dari kurva dengan menggunakan ekspansi deret Taylor fungsi $f(x_{i+1})$ di sekitar x_i . Pendekatan beda hingga turunan pada fungsi $f(x_{i+1})$ adalah

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Jika x_{i+1} adalah akar dari $f(x) = 0$, maka persamaan diatas menjadi

$$0 = f(x_i) + f'(x_i)(x_{i+1} - x_i)$$

Sehingga diperoleh

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Berikut langkah-langkah komputasi actual dengan metode Newton Raphson :

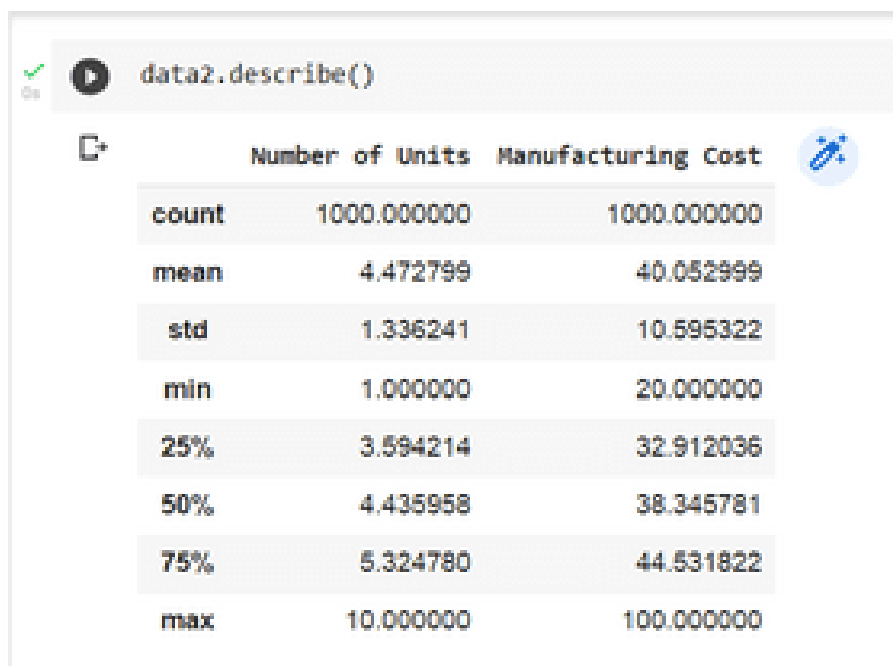
1. Menentukan $f'(x)$ dari $f(x)$
2. Menentukan nilai x_i pada sembarang titik
3. Menghitung x_{i+1} sesuai persamaan di atas
4. Membuat estimasi nilai x_{i+1} dengan kriteria :
 - a. Jika nilai kecil atau mendekati nol, maka x_{i+1} adalah akar dari persamaan, sehingga perhitungan selesai
 - b. Jika nilai belum kecil, perhitungan dilanjutkan dengan $x_{i+1} = x^*$, kemudian dicari

x_{i+1} * langkah 3 sampai diperoleh $f(x^*)$ kecil atau mendekati nol.

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Data dan Statistika Deskriptif

Data yang digunakan merupakan data sekunder yang diambil dari situs kaggle: <https://www.kaggle.com/datasets/vinicius150987/manufacturing-cost>. Dataset tersebut terdiri dari 1000 data tentang banyaknya yang diproduksi dengan biaya produksi yang dibutuhkan. Data diolah menggunakan bantuan program Python melalui Google Colabratory. Berikut ini beberapa hasil pengolahan data :



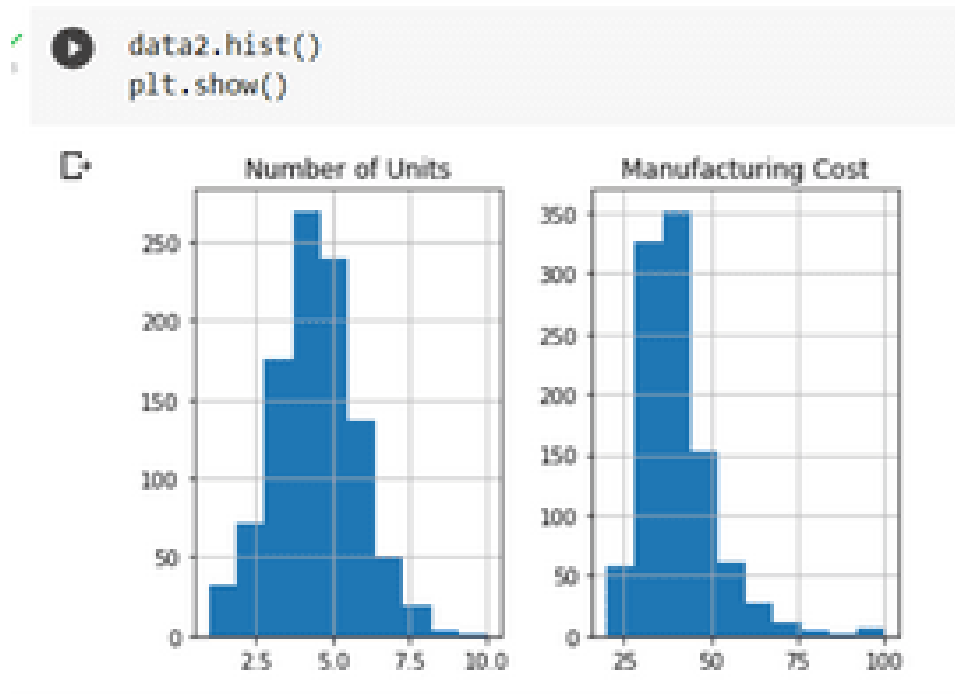
The image shows a Jupyter Notebook cell in Google Colab with the code `data2.describe()` executed. The output is a summary statistics table for two columns: 'Number of Units' and 'Manufacturing Cost'.

	Number of Units	Manufacturing Cost
count	1000.000000	1000.000000
mean	4.472799	40.052999
std	1.336241	10.595322
min	1.000000	20.000000
25%	3.594214	32.912036
50%	4.435958	38.345781
75%	5.324780	44.531822
max	10.000000	100.000000

Gambar 1. Statistika Deskriptif

Rata-rata dari banyaknya barang yang diproduksi sebanyak 4 sampai 5 buah dengan simpangan baku sebesar 1,3. Jumlah produksi minimal sebanyak 1 buah dan maksimal sebanyak 10 buah. Sedangkan biaya produksi memiliki rata-rata 40,05 dengan simpangan baku sebesar 10,59. Biaya produksi minimal sebesar 20 dan maksimal sebesar 100.

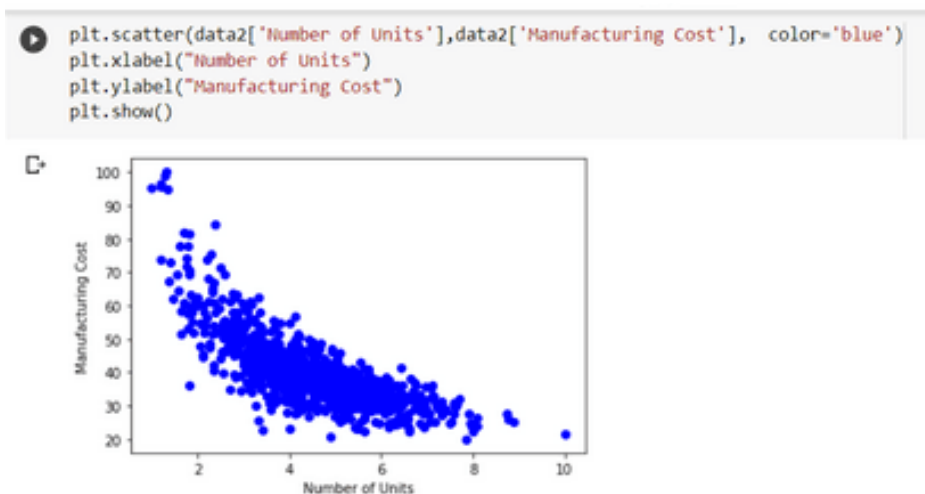
Dataset tersebut dapat digambarkan dalam bentuk histogram untuk mengetahui persebaran datanya. Dari Gambar 2 kita ketahui bahwa data biaya produksi miring ke kiri sedangkan data jumlah produksi cenderung normal.



Gambar 2 Histogram

B. Model Matematika untuk Biaya Produksi

Sebelum melakukan pemodelan, kedua data tersebut di scatter plot untuk lebih memudahkan jenis model yang digunakan. Berikut ini hasil scatter plot :



Gambar 3 Scatter Plot Biaya Produksi terhadap Jumlah Produksi

Dari Gambar 3 terlihat bahwa data cenderung linier, sehingga model matematika yang akan dibentuk adalah persamaan linier. Untuk membentuk model ini digunakan regresi linier. Sebelum dilakukan regresi, data tersebut dibagi menjadi data training (data latih) dan data uji. Data training digunakan untuk membentuk model, sedangkan data uji digunakan untuk mengukur keakuratan model yang dibentuk. Dalam penelitian ini 80%

data digunakan untuk data latih sedangkan 20% nya untuk data uji. Pembentukan model regresi linier menggunakan bantuan program python. Berikut ini source code dan hasil yang didapatkan :

```
[24] msk = np.random.rand(len(data2)) < 0.8
      train = data2[msk]
      test = data2[~msk]

from sklearn import linear_model
regr = linear_model.LinearRegression()
train_x = np.asanyarray(train[['Number of Units']])
train_y = np.asanyarray(train[['Manufacturing Cost']])
regr.fit (train_x, train_y)
# The coefficients
print ('Coefficients: ', regr.coef_)
print ('Intercept: ',regr.intercept_)

Coefficients: [[-5.8699994]]
Intercept: [66.38190966]
```

Gambar 4. Program Python untuk Regresi Linier

Dari Gambar 4 didapatkan nilai koefisien sebesar -5,87 sedangkan interceptnya sebesar 66,38. Sehingga model matematika yang terbentuk adalah sebagai berikut :

$$y = -5,87 x + 66,38$$

Dengan y : Biaya Produksi

x : Jumlah Produksi

Perhitungan keakuratan model juga dilakukan dengan program python. Source code dan hasilnya dapat dilihat di Gambar 5. Dari perhitungan MAE (Mean Absolute Error), MSE (Mean Square Error) dan R^2 (R – Square), model matematika yang dibentuk kurang fit dengan data yang ada.

```
from sklearn.metrics import r2_score

test_x = np.asanyarray(test[['Number of Units']])
test_y = np.asanyarray(test[['Manufacturing Cost']])
test_y_ = regr.predict(test_x)

print("Mean absolute error: %.2f" % np.mean(np.absolute(test_y_ - test_y)))
print("Residual sum of squares (MSE): %.2f" % np.mean((test_y_ - test_y) ** 2))
print("R2-score: %.2f" % r2_score(test_y_ , test_y) )

Mean absolute error: 5.01
Residual sum of squares (MSE): 55.02
R2-score: 0.05
```

Gambar 5 Evaluasi Model

C. Analisis BEP dengan Newton Raphson

Break Even Point (BEP) merupakan suatu kondisi dimana jumlah pendapatan sama dengan jumlah biaya produksi. Dalam penelitian ini, model pendapatan diasumsikan berupa suatu fungsi $r(x) = x^3 - 10x^2 + 20x$. Sedangkan biaya produksi menggunakan model yang telah dibentuk pada subbab sebelumnya yaitu $c(x) = -5,87x + 66,38$. Sehingga BEP terjadi ketika

$$\begin{aligned} r(x) &= c(x) \\ x^3 - 10x^2 + 20x &= -5,87x + 66,38 \\ x^3 - 10x^2 + 25,87x - 66,38 &= 0 \end{aligned}$$

Untuk itu, perlu ditentukan nilai x dalam hal ini banyaknya barang yang diproduksi agar balik modal (tidak untung/tidak rugi). Penentuan nilai x dengan menggunakan metode Newton Raphson.

Metode Newton Raphson perlu membutuhkan turunan pertama dari fungsi yang akan diselesaikan. Misalkan $f(x) = x^3 - 10x^2 + 25,87x - 66,38$, maka turunan pertamanya adalah $f'(x) = 3x^2 - 20x + 25,87$. Dengan menggunakan program python didapatkan solusi nilai $x = 7,77$. Maka banyaknya barang yang diproduksi agar tidak mengalami kerugian minimal sebanyak 8 buah. Adapun source code metode Newton Raphson ada dalam lampiran.

SIMPULAN DAN SARAN

Dalam melakukan analisis Break Even Point (BEP) dapat menggunakan metode Newton Raphson, dengan terlebih dahulu membentuk model matematika dari biaya produksi dan penjualan melalui least square. Adapun model matematika biaya produksi $c(x)$ dan biaya penjualan $r(x)$ adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} c(x) &= -5,87x + 66,38 \\ r(x) &= x^3 - 10x^2 + 20x \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan fungsi laba (keuntungan)

$$f(x) = x^3 - 10x^2 + 25,87x - 66,38$$

Dengan metode Newton Raphson didapatkan nilai x yang membuat kondisi tidak rugi maupun tidak untung (BEP) yaitu sebesar 8 buah. Penelitian ini dapat dikembangkan untuk menyelesaikan permasalahan dalam industri rumah tangga, dimana data yang diambil merupakan data primer sehingga interpretasi hasil lebih bermakna.

DAFTAR RUJUKAN

- Alnasser, N., Shaban, O.S. dan Al-zubi, Z.(2014).*The Effect of Using Break-Even-Point in Planning, Controlling, and Decision Making in the Industrial Jordanian Companies*. International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences, 4(5), pp. 626-636.
- Chapra, S. C. dan Canale, R.P. (2007). Metode Numerik untuk Teknik. Terj. S. Sardy. Jakarta: UI-Press.
- Defa, A.S., Febriansa, A.E., Maharani, T.P., Listiani, T., dan Susanto, R. (2021). Analisis Break Even Point (BEP) Usaha Jati Furniture di Desa Sambiremba Kecamatan Kalijambe Kabupaten Sragen. Seminar Nasional HUBISINTEK. pp.18-27.
- Garrison, R.H., Noreen, Eric, W., Brewer and Peter C. (2008). Akutansi Manajerial (alih bahasa : A Totok Budi Santoso). Buku I. Jakarta : Salemba Empat.
- Munir, R (2003). Metode Numerik. Bandung : Informatika.
- Nastiti, M., Maztur, Z., dan Suyitno H. (2012). Penggunaan Matematika Ekonomi untuk Analisis Break Even pada CV Kaisar Reprofurni Jepara. UNNES Journal of Mathematics (UJM), 1(2), pp.65-72.
- Perdana, M.F.C., Aji, M.G.B., Yuliyanto, R.D., Sulistyio dan Susanto, R. (2021). Analisis Break Even Point Usaha Warung Makan Deva dan Novi di Daerah Sukoharjo. Seminar Nasional HUBISINTEK. pp.42-47.
- Putri, D.L., Nurmansyah dan Anuryandi. (2022). Metode Pemisahan Biaya Tetap dan Biaya Variabel dalam Perhitungan Break Even Point pada PT. Rotte Ragam Rasa. Jurnal Akuntansi Kompetif, 5(1), pp.95-101.
- Sanjaya, Mada. (2015). Metode Numerik Berbasis Python. Yogyakarta : Gava Media.
- Suhardi dan Purwanto. (2004). Statistika untuk Ekonomi dan Keuangan Modern. Jakarta : Salemba Empat.

LAMPIRAN

```
## module newtonRaphson
''' akar = newtonRaphson(f,df,a,b,to=1.0e-9) .
'''
def newtonRaphson(f,df,a,b,tol=1.0e-9):
    import error
    from numpy import sign
    fa = f(a)
    if fa == 0.0: return a
```

```

fb = f(b)
if fb == 0.0: return b
if sign(fa) == sign(fb): error.err('Akar berada diluar interval
')
x = 0.5*(a + b)
for i in range(30):
    fx = f(x)
    if fx == 0.0: return x
    # Menguji interval pada akar
    if sign(fa) != sign(fx): b = x
    else: a = x
    # coba menggunakan metode Newton-Raphson
    dfx = df(x)
    # jika pembagi nol,
    try: dx = -fx/dfx
    except ZeroDivisionError: dx = b - a
    x = x + dx
    # jika hasilnya diluar interval, gunakan metode bisection
    if (b - x)*(x - a) < 0.0:
        dx = 0.5*(b - a)
        x = a + dx
    # Mengecek konvergensi
    if abs(dx) < tol*max(abs(b),1.0): return x
print('Terlalu banyak iterasi pada Newton-Raphson')
# module error
''' err(string).
    prints 'string' and terminates program.
'''
import sys
def err(string):
    print(string)
    raw_input('Press return to exit')
    sys.exit()
# Contoh 1
# persamaan

def f(x): return (x**3) - 10*x**2 + 25.87*x -66.38

# Turunan pertama persamaan
def df(x): return 3*x**2 - 20*x + 25.87

# Mencari akar persamaan
def newtonRaphson(x,tol=1.0e-9):
    for i in range(30):
        dx = -f(x)/df(x)
        x = x + dx
        if abs(dx) < tol: return x,i

```

```
    print('Terlalu banyak iterasi\n')
root,numlter = newtonRaphson(2.0) # tebakan awal akar, misal x=2
print('Akar=',root)
print('Jumlah iterasi =',numlter)
input("Press return to exit")
```