JMS, Tahun 2023, Vol. 03 (No. 02), pp. 53-62
Jurnal Matematika dan Sains (JMS)
Kompleks YPP Al Fattah Siman Sekaran Lamongan

Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Khun Tucker

Dhurun Mudhi Zayyan[1]*, Ahmad Isro'il[1]
[1]Program Studi Matematika, Universitas Billfath
*Corresponding Author: dhurunz@gmail.com

Abstract

The purpose of this study was to determine the maximum profit in Islah Convection. This study used the Kuhn-tucker method. The Kuhn-tucker method is a method used to determine the optimum value of a function with an inequality constraint. The steps of this research are forming decision variables, forming objective functions, forming constraint functions, forming mathematical models with linear programming, solving optimization problems using the Kuhn-tucker method, and drawing conclusions. The results of the completion of this study obtained a maximum profit of Rp. 273,562,325 in the production of 4 types of clothes, which include 200 units of male school uniform, 200 units of female school uniform, 60 units of alma mater coat, and 30 units of katelpak. . Based on the results of the optimization, it can be concluded that the profit of clothing production in Islah Convection is optimal.

Keywords *: Optimasi, Metode Lagrange, Metode Kuhn-Tucker*

How to cite :. Zayaan. D M., Isro'il. A., (2023). Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Khun Tucker. *Jurnal Matematika dan Sains (JMS)*, *03*(02), pp.53-62.

PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan zaman, persaingan antara perusahaan dengan perusahaan lain semakin meningkat terutama dalam hal mencari keuntungan yang tinggi. Untuk mendapatkan keuntungan secara maksimal dapat dilakukan dengan strategi yang tepat, agar proses penjualan dapat berjalan dengan lancar dan keuntungan yang diperoleh memuaskan. Salah satu contohnya pada Konveksi Islah beralamat di Jl. Industri No.Rt 03/01 Desa Moropelang Kecamatan Babat Kabupaten Lamongan, Jawa Timur 62271. Konveksi Islah adalah konveksi yang beroperasi dibidang produksi pakaian yang berjalan di industri kecil skala rumah tangga, seperti seragam sekolah, baju, jas, kaos dll. Dalam ilmu matematika, untuk mencapai suatu keuntungan secara maksimal dapat dilakukan dengan menggunakan metode optimasi.

Optimasi merupakan suatu cara yang dilakukan untuk memberikan hasil yang terbaik sesuai dengan keinginan (Anthony, 2014 : 1). Optimasi dibedakan menjadi 2 yaitu optimasi dengan kendala dan optimasi tanpa kendala. Permasalahan optimasi dapat dilakukan dengan menggunakan pendekatan program linier yaitu memaksimumkan atau meminimumkan suatu fungsi tujuan. Menurut Purcell, metode matematika pada permasalahan optimasi juga terdapat dalam teori optimasi di kalkulus yaitu metode pengali *Lagrange*. Metode *lagrange* digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi pemrograman non linier yang fungsi kendalanya berupa pertidaksamaan. Sedangkan optimasi dengan kendala yang berupa pertidaksamaan adalah metode *Kuhn-Tucker*. Metode *Kuhn-Tucker* tidak dapat diselesaikan menggunakan iterasi, melainkan membentuk fungsi *Lagrangian* dengan mencari nilai (x_i, λ_i, S_i), dan menghitung nilai $f(x)$, dimana nilai x berada pada himpunan $\{x|\ ada\ \lambda$ sedemikian sehingga $(x_i, \lambda_i, S_i) \in M\}$.

Penelitian ini didasarkan pada penelitian sebelumnya. Penelitian yang dilakukan oleh I

Gede Aris Janova Putra, dkk dalam optimasi kain endek di toko Navala Busana dan *Trans Collaction*. Hasil penelitian oleh I Gede Aris Janova Putra, dkk yaitu dapat menggunakan metode *Kuhn-Tucker* sebagai optimasi keuntungan 5 jenis kain endek di toko Navala Busana dan *Trans Collaction*. Penelitian selanjutnya oleh Ni M. Asih dan I Nyoman W. dalam optimasi penjualan oli mobil di PT. Anugrah Mitra Dewata, Bali. Hasil penelitian oleh Ni M. Asih dan I Nyoman W. yaitu dapat menggunakan metode *Kuhn-Tucker* sebagai optimasi keuntungan penjualan 6 jenis oli mobil di PT. Anugrah Mitra Dewata, Bali. Penelitian selanjutnya oleh Anta Dika Karo-Karo dalam optimasi hasil produksi dengan metode *Kuhn-Tucker* pada Pabrik Roti WN. Hasil penelitian oleh Anta Dika Karo-Karo yaitu dapat menggunakan metode *Kuhn-Tucker* sebagai optimasi keuntungan 4 jenis roti di Pabrik Roti WN. Sehingga, tujuan dari dari penelitian ini yaitu optimasi keuntungan produksi baju pada Konveksi Islah menggunakan metode Kuhn-Tucker dengan membentuk fungsi kendala dan fungsi tujuannya yaitu keuntungan 4 jenis produksi baju.

METODE

Metode rancangan penelitian yang digunakan pada tahap awal yaitu pendekatan studi literatur dengan cara mengumpulkan bahan-bahan pustaka mengenai metode *Kuhn-Tucker*. Tahap selanjutnya, mengumpulkan data yang dibutuhkan dengan cara wawancara dan observasi secara langsung. Selanjutnya, menentukan permasalahan yang akan dijadikan sebagai studi kasus dan menentukan tujuan dari penelitian yang dilakukan untuk menyelesaikan permasalahan agar mendapatkan hasil yang baik. Setelah itu, data yang sudah terkumpul akan di olah menggunakan metode *Kuhn-Tucker* sehingga akan didapatkan keuntungan yang maksimal. Tahap terakhir, pengambilan kesimpulan dari penelitian tersebut sehingga didapatkan hasil yang maksimal.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer. Data primer adalah sumber data penelitian yang diperoleh secara langsung dari sumber pertama, baik individual maupun kelompok. Pendekatan penelitian yang digunakan adalah pendekatan penelitian kuantitatif. Penelitian kuantitatif adalah suatu proses menemukan pengetahuan yang menggunakan data berupa angka sebagai alat menganalisis keterangan mengenai apa yang ingin diketahui (Kasiram, 2008:149).

Tahapan metode *Kuhn-Tucker* dalam penyelesaian masalah optimasi yaitu :

1. Membentuk variabel keputusan (x).
2. Membentuk fungsi tujuan.
3. Membentuk fungsi kendala.
4. Membentuk model matematika program linier, dengan cara :
   a. Fungsi tujuan $(f(x))$
   $$f(x) = z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_n \quad (1)$$
   b. Fungsi kendala $(g(x))$
   $$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n =/\leq/\geq b_1 \quad (2)$$
   $$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n =/\leq/\geq b_2$$
   $$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
   $$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n =/\leq/\geq b_n$$
   $$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$
5. Menyelesaikan masalah optimasi menggunakan metode *Kuhn-Tucker* dengan cara :
   a. Mengubah kendala pertidaksamaan pada program linier menjadi kendala persamaan dengan cara menambah variable *slack* (S_i^2).

b. Membentuk persamaan menjadi fungsi *lagrange*, yaitu :

$$L(x,\lambda,S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x) - b + S_i^2 \qquad (3)$$

c. Mengubah fungsi *lagrange* menjadi persamaan *Kuhn-Tucker*, yaitu :

$$\frac{\partial L}{\partial x_i}(x,\lambda,S) = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x,\lambda,S) = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i}(x,\lambda,S) = 0 \qquad (6)$$

d. Dari persamaan fungsi *Kuhn-tucker*, akan didapatkan nilai (x_i, λ_i, S_i) yang memenuhi syarat perlu dan syarat cukup *Kuhn-Tucker.*

Syarat perlu

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \qquad (7)$$

$$\lambda_i g_i = 0 \qquad (8)$$

$$(x) \leq 0 \qquad (9)$$

Syarat cukup

Tabel 1. Syarat Cukup Metode *Kuhn-Tucker*

	syarat cukup metode *Kuhn-Tucker*		
jenis optimasi	$f(x)$	$g_i(x)$	λ_i
Maksimasi	Konkaf (cekung)	$\begin{cases} Konveks \\ Konkaf \\ Linier \end{cases}$	$\geq 0 \ (i = 1,2,\dots,m)$ $\leq 0 \ (i = m+1,\dots,n)$ Tidak terbatas $(i = n+1, n+2, \dots, p)$
Minimasi	Konveks (cembung)	$\begin{cases} Konveks \\ Konkaf \\ Linier \end{cases}$	$\geq 0 \ (i = 1,2,\dots,m)$ $\leq 0 \ (i = m+1,\dots,n)$ Tidak terbatas $(i = n+1, n+2, \dots, p)$

e. Menghitung nilai keuntungan yang maksimal dengan memasukkan nilai (x_i, λ_i, S_i) kedalam fungsi *lagrange* berikut :

$$L(x_i, \lambda_i, S_i) = f(x) + \sum_{i}^{m} \lambda_i [g_i(x) + S_i^2] + \sum_{i=m+1}^{m} \lambda_i [g_i(x) + S_i^2] + \sum_{i=n}^{p} \lambda_i [g_i(x) + S_i^2] \qquad (10)$$

6. Mengambil kesimpulan dari hasil penelitian permasalahan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Gambaran Data

Penelitian ini di Konveksi Islah yang beralamat di Jl. Industri No.Rt 03/01 Desa Moropelang Kecamatan Babat Kabupaten Lamongan, Jawa Timur yang merupakan salah satu konveksi yang bergerak dalam bidang produksi baju. Data yang digunakan adalah data yang diasumsikan untuk sekali produksi yang diolah untuk mencari nilai maksimal keuntungan di Konveksi Islah. Baju yang diproduksi oleh Konveksi Islah memiliki beberapa macam produk. Jenis baju yang diproduksi adalah

a. Baju seragam sekolah laki-laki.
b. Baju seragam sekolah perempuan.
c. Jas Almamater.
d. Katelpak.

Model Matematika

1. **Membentuk Variabel Keputusan**
Variabel keputusan pada permasalahan ini yaitu 4 jenis baju yang dihasilkan di Konveksi Islah yaitu :
x_1 = Jumlah baju seragam sekolah laki-laki yang diproduksi.
x_2 = Jumlah baju seragam sekolah perempuan yang diproduksi.
x_3 = Jumlah jas almamater yang diproduksi.
x_4 = Jumlah katelpakyang diproduksi.
2. **Membentuk Fungsi Tujuan**
Fungsi tujuan dalam optimasi ini yaitu keuntungan dari produksi baju di Konveksi Islah. Keuntungan tersebut dapat disajikan dalam tabel 2, sebagai berikut :

Tabel 2. Keuntungan produksi di Konveksi Islah

Jenis Baju	Penjualan	Modal	Keuntungan
Baju seragam sekolah laki-laki	Rp 115.000	Rp 90.000	Rp 25.000
Baju seragam sekolah perempuan	Rp 125.000	Rp 90.000	Rp 35.000
Jas almamater	Rp 90.000	Rp 60.000	Rp 20.000
Katelpak	Rp 110.000	Rp 90.000	Rp 30.000

Berdasarkan tabel 2 diatas sehingga didapatkan keuntungan produksi 4 jenis baju yang dapat dibentuk dalam fungsi tujuan persamaan berikut :

$$f(x) = 25.000x_1 + 35.000x_2 + 20.000x_3 + 30.000x_4 \qquad (11)$$

3. **Membentuk Fungsi Kendala**
Fungsi kendala dalam optimasi ini yaitu bahan baku dan waktu penyelesaian produksi sebagai berikut :

Tabel 3. Bahan baku setiap jenis produksi dari Konveksi Islah (per unit)

Bahan	Baju				Persediaan Bahan	Satuan
	Seragam sekolah laki-laki	Seragam sekolah perempuan	Jas almamater	Katelpak		
Bahan mitra	1	1,25	1,5	1,10	1.000	Meter
Kancing baju	8	8	3	8	4.000	Buah
Bed	1	1	1	1	500	Buah

Tabel 4. Jumlah produksi di Konveksi Islah (per unit)

No	Jenis Produk	Jumlah Produk (unit)
1	Baju seragam sekolah laki-laki	200

2	Baju seragam sekolah perempuan	200
3	Jas almamater	60
4	Katelpak	30

Berdasarkan Tabel 3 dan Tabel 4 diatas terdapat kendala dalam produksi baju, sehingga dapat dibantuk fungsi kendala pada persamaan (12) sebagai berikut :

$$x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 \leq 1.000$$
$$8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 \leq 4.000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$$
$$x_1 \leq 200$$
$$x_2 \leq 200$$
$$x_3 \leq 60$$
$$x_4 \leq 30$$

4. Membentuk Model Matematika Program Linier

Berdasarkan persamaan (11) dan (12) dapat dibentuk program linier, sehingga diperoleh persamaan (13) sebagai berikut :

$$f(x) = 25.000x_1 + 35.000x_2 + 20.000x_3 + 30.000x_4$$
$$g_1(x) = x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 \leq 1.000$$
$$g_2(x) = 8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 \leq 4.000$$
$$g_3(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$$
$$g_4(x) = x_1 \leq 200$$
$$g_5(x) = x_2 \leq 200$$
$$g_6(x) = x_3 \leq 60$$
$$g_7(x) = x_4 \leq 30$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

5. Penyelesaian Program Linier dengan Metode *Kuhn-Tucker*

a. Mengubah Kendala Pertidaksamaan Pada Program Linier Menjadi Kendala Persamaan

Mengubah kendala pertidaksamaan pada persamaan (13) menjadi kendala persamaan dengan cara menambah variabel *slack* (S_i^2), sehingga menjadi persamaan (14) sebagai berikut :

$$maks\ z = f(x) = 25.000x_1 + 35.000x_2 + 20.000x_3 + 30.000x_4$$
$$kendala\ \big(g_i(x)\big){:}\ g_1(x) = x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 + S_1^2 = 1.000$$
$$g_2(x) = 8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 + S_2^2 = 4.000$$
$$g_3(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + S_3^2 = 500$$
$$g_4(x) = x_1 + S_4^2 = 200$$
$$g_5(x) = x_2 + S_5^2 = 200$$
$$g_6(x) = x_3 + S_6^2 = 60$$
$$g_7(x) = x_4 + S_7^2 = 30$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7 \geq 0$$

b. Membentuk Persamaan Menjadi Fungsi *Lagrange*

Membentuk persamaan (14) menjadi fungsi *Lagrange* yang memiliki rumus $L(x,\lambda,S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i(g_i(x) - b + S_i^2)$, sehingga menjadi fungsi *Lagrange* pada persamaan (15) sebagai berikut :

$$L(x,\lambda,S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i(g_i(x) - b + S_i^2)$$
$$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7)$$

$$= 25.000x_1 + 35.000x_2 + 30.000x_3 + 20.000x_4 + \lambda_1(x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 + S_1^2 - 1.000) + \lambda_2(8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 + S_2^2 - 4.000) + \lambda_3(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + S_3^2 - 500) + \lambda_4(x_1 + S_4^2 - 200) + \lambda_5(x_2 + S_5^2 - 200) + \lambda_6(x_3 + S_6^2 - 60) + \lambda_7(x_4 + S_7^2 - 30)$$

c. Membentuk Persamaan *Kuhn-Tucker*

Mengubah fungsi *Lagrange* pada persamaan (15) menjadi persamaan *Kuhn-Tucker* berikut :

$$\frac{\partial L}{\partial x_i}(x, \lambda, S) = 0 \qquad \text{dimana } i = 1,2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x, \lambda, S) = 0 \qquad \text{dimana } i = 1,2, \dots, m$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i}(x, \lambda, S) = 0 \qquad \text{dimana } i = 1,2, \dots, m$$

Sehingga diperoleh persamaan (16) sampai (33) sebagai berikut :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 25.000 + \lambda_1 + 8\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 0 \qquad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 35.000 + 1{,}25\lambda_1 + 8\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_5 = 0 \qquad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 20.000 + 1{,}5\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6 = 0 \qquad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_4} = 30.000 + 1{,}10\lambda_1 + 8\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_7 = 0 \qquad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 + S_1^2 - 1.000 = 0 \qquad (20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 + S_2^2 - 4.000 = 0 \qquad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + S_3^2 - 500 = 0 \qquad (22)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = x_1 + S_4^2 - 200 = 0 \qquad (23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = x_2 + S_5^2 - 200 = 0 \qquad (24)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6} = x_3 + S_6^2 - 60 = 0 \qquad (25)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7} = x_4 + S_7^2 - 30 = 0 \qquad (26)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = 2\lambda_1 S_1 = 0 \qquad (27)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = 2\lambda_2 S_2 = 0 \qquad (28)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = 2\lambda_3 S_3 = 0 \qquad (29)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = 2\lambda_4 S_4 = 0 \qquad (30)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_5} = 2\lambda_5 S_5 = 0 \qquad (31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_6} = 2\lambda_6 S_6 = 0 \qquad (32)$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_7} = 2\lambda_7 S_7 = 0 \qquad (33)$$

Berdasarkan persamaan (27) samapi (33) diperoleh nilai S_1 sampai S_7 masing-masing bernilai nol. Setelah diperoleh nilai S_1 sampai S_7, maka substitusikan kepersamaan (20) sampai (26) sebagai berikut :

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 - 1.000 = 0$ (34)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 - 4.000 = 0$ (35)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 500 = 0$ (36)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = x_1 - 200 = 0$ (37)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = x_2 - 200 = 0$ (38)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6} = x_3 - 60 = 0$ (39)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7} = x_4 - 30 = 0$ (40)

Berdasarkan persamaan (16) sampai (19) akan diperoleh nilai λ dengan mengeliminasi persamaan tersebut sehingga menjadi persamaan-persamaan berikut :

Eliminasi persamaan (16) dan (17) sehingga menghasilkan persamaan baru yaitu :

$-10.000 - 0{,}25\lambda_1 + \lambda_4 - \lambda_5 = 0$ (41)

Eliminasi persamaan (16) dan (18) sehingga menghasilkan persamaan baru yaitu :

$5.000 - 0{,}5\lambda_1 + 5\lambda_2 + \lambda_4 - \lambda_6 = 0$ (42)

Eliminasi persamaan (16) dan (19) sehingga menghasilkan persamaan baru yaitu :

$-5.000 - 0{,}10\lambda_1 + \lambda_4 - \lambda_7 = 0$ (43)

Berdasarkan persamaan (16) sampai (19), (41) sampai (43) maka persamaan tersebut diubah menjadi persamaan linier untuk memperoleh nilai λ. Persamaan tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

$\lambda_1 + 8\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = -25.000$ (44)

$1{,}25\lambda_1 + 8\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_5 = -35.000$ (45)

$1{,}5\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_6 = -20.000$ (46)

$1{,}10\lambda_1 + 8\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_7 = -30.000$ (47)

$-0{,}25\lambda_1 + \lambda_4 - \lambda_5 = 10.000$ (48)

$-0{,}5\lambda_1 + 5\lambda_2 + \lambda_4 - \lambda_6 = -5.000$ (49)

$-0{,}10\lambda_1 + \lambda_4 - \lambda_7 = -5.000$ (50)

Berdasarkan persamaan (44) sampai (50) dapat dibentuk matriks A dan B sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1{,}25 & 8 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1{,}5 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1{,}10 & 8 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0{,}25 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -0{,}5 & 5 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -0{,}10 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -25.000 \\ -35.000 \\ -20.000 \\ -30.000 \\ 10.000 \\ -5.000 \\ 5.000 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan aturan perkalian matriks diatas, agar memperoleh nilai λ_i maka perlu mencari nilai invers dari matriks A karena λ_i memiliki rumus $\lambda_i = A^{-1}B$, maka matriks A memiliki invers sebagai berikut :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -7.206E+15 & 7.206E+15 & 5.333E+00 & 1.333E+01 & 7.206E+15 & 5.333E+00 & 1.067E+01 \\ 2.342E+15 & -2.342E+15 & -9.007E+15 & 9.007E+15 & -2.342E+15 & -9.007E+15 & 9.007E+15 \\ -1.045E+16 & -7.566E+15 & 7.206E+16 & -5.404E+16 & -7.566E+15 & 7.206E+16 & -5.404E+16 \\ -1.081E+15 & 1.910E+16 & 0 & -1.801E+16 & 1.910E+16 & 0 & -1.801E+16 \\ 7.206E+14 & 1.729E+16 & 0 & -1.801E+16 & 1.729E+16 & 0 & -1.801E+16 \\ 1.423E+16 & 3.783E+15 & -4.504E+16 & 2.702E+16 & 3.783E+15 & -4.504E+16 & 2.702E+16 \\ -3.603E+14 & 1.837E+16 & 0 & -1.801E+16 & 1.837E+16 & 0 & -1.801E+16 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_i = A^{-1}B$$

$$= \begin{bmatrix} -7.206E+15 & 7.206E+15 & 5.333E+00 & 1.333E+01 & 7.206E+15 & 5.333E+00 & 1.067E+01 \\ 2.342E+15 & -2.342E+15 & -9.007E+15 & 9.007E+15 & -2.342E+15 & -9.007E+15 & 9.007E+15 \\ -1.045E+16 & -7.566E+15 & 7.206E+16 & -5.404E+16 & -7.566E+15 & 7.206E+16 & -5.404E+16 \\ -1.081E+15 & 1.910E+16 & 0 & -1.801E+16 & 1.910E+16 & 0 & -1.801E+16 \\ 7.206E+14 & 1.729E+16 & 0 & -1.801E+16 & 1.729E+16 & 0 & -1.801E+16 \\ 1.423E+16 & 3.783E+15 & -4.504E+16 & 2.702E+16 & 3.783E+15 & -4.504E+16 & 2.702E+16 \\ -3.603E+14 & 1.837E+16 & 0 & -1.801E+16 & 1.837E+16 & 0 & -1.801E+16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -25.000 \\ -35.000 \\ -20.000 \\ -30.000 \\ 10.000 \\ -5.000 \\ 5.000 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_i = \begin{bmatrix} -612.309 \\ -8.192 \\ 589.824 \\ -147.456 \\ -98.304 \\ 180.224 \\ -98.304 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh nilai λ_i sebagai berikut :

$$\lambda_1 = -612.309$$
$$\lambda_2 = -8.192$$
$$\lambda_3 = 589.824$$
$$\lambda_4 = -147.456$$
$$\lambda_5 = -98.304$$
$$\lambda_6 = 180.224$$
$$\lambda_7 = -98.304$$

Syarat cukup metode *Kuhn-Tucker* untuk kasus linear adalah λ yang tidak dibatasi oleh tanda artinya $\lambda_i \geq 0$ dan $\lambda_i \leq 0$, maka pada kasus di atas syarat cukup metode *Kuhn-Tucker* terpenuhi. Selanjutnya mencari nilai x_1, x_2, x_3, x_4menggunakan persamaan (37), (38), (39), (40). Sehingga diperoleh nilai $x_1 = 200,\ x_2 = 200,\ x_3 = 60,\ x_4 = 30.$

d. Menghitung Nilai Keuntungan Yang Maksimal

Mensubstitusikan nilai (x_i, λ_i, S_i) kedalam fungsi *Lagrange* yang telah dibentuk untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal, sehingga dipoeroleh :

$$L(x_i, \lambda_i, S_i) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (g_i(x) - b + S_i^2)$$

$$\begin{aligned} &L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7) \\ &= 25.000(200) + 35.000(200) + 20.000(60) + 30.000(30) \\ &\quad + (-612.309)(200 + 1{,}25(200) + 1{,}5(60) + 1{,}10(30) + 0 \\ &\quad - 1.000) \\ &\quad + (-8.192)(8(200) + 8(200) + 8(60) + 3(30) + 0 \\ &\quad - 4.000) + (589.824)(200 + 200 + 60 + 30 + 0 - 500) \\ &\quad + (-147.456)(200 + 0 - 200) \\ &\quad + (-98.304)(200 + 0 - 200) + (180.224)(60 + 0 - 60) \\ &\quad + (-98.304)(30 + 0 - 30) \\ &= 14.400.000 - 261.456.085 - 3.604.480 - 5.898.240 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ &= 273.562.325 \end{aligned}$$

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dari penelitian diperoleh model fungsi tujuan sebagai berikut :

$$f(x) = 25.000x_1 + 35.000x_2 + 20.000x_3 + 30.000x_4$$

Sedangkan model fungsi kendala sebagai berikut :

$$x_1 + 1{,}25x_2 + 1{,}5x_3 + 1{,}10x_4 \leq 1.000$$
$$8x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 8x_4 \leq 4.000$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$$
$$x_1 \leq 200$$
$$x_2 \leq 200$$
$$x_3 \leq 60$$
$$x_4 \leq 30$$

Berdasarkan metode *Kuhn-Tucker* diperoleh hasil bahwa baju seragam sekolah laki-laki yang diproduksi sebanyak 200 buah, baju seragam sekolah perempuan sebanyak 200 buah, jas almamater sebanyak 60 buah, dan katelpak sebanyak 30 buah dengan total produksi selama satu bulan sebanyak 490 buah baju dengan keuntungan di Konveksi Islah sebanyak Rp 273.562.325.

Kekurangan pada penelitian ini adalah aplikasi yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut masih menggunakan perhitungan secara manual. Pada penelitian selanjutkan akan lebih baik jika menggunakan bantuan software sehingga lebih memudahkan untuk mendapatkan hasil yang optimal.

DAFTAR RUJUKAN

Amalia. "Peranan Persyaratan arush-Kuhn-Tucker dalam Menyelesaikan Pemograman Kuadratis". Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara. 2009.

Anthony, R.N dan Govindarajan, V. (2014). Management Control System (International Edition). Boston. McGraw-Hill.

Asih, Ni Made dan Widana, I Nyoman. 2012. Aplikasi Metode Kuhn Tucker dalam Penjualan Oli Mobil (Studi Kasus: PT Anugrah Mitra Dewata). Bali: Universitas Udayana. Medan: Universitas Sumatra Utara.

Dika, A. . "Optimalisasi Hasil Produksi dengan Metode Kuhn-Tucker pada Pabrik RotiWN". Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sumatera Utara. 2016.

I. G. A. J. Putra, N. M. Asih, and I. N. Widana, "Optimalisasi Penjualan Kain Endek Dengan Metod e Karush Kuhn-Tucker (Kkt)," E-Jurnal Mat., vol. 4, no. 4, p. 158, 2015, doi: 10.24843/mtk.2015.v04.i04.p105.

I. Nuryana, "Optimasi Jumlah Produksi pada UMKM Raina Kersen dengan Metode Linear Programming," *J. Media Teknol.*, vol. 6, no. 1, pp. 67–90, 2019.

Kasiram, Mohammad. 2008. Metode Penelitian Kuantitatif-Kualitatif. Malang: UIN Malang Press.

M. Hilman, "Optimasi Jumah Produksi Produk Furniture Pada Pd . Surya Mebel Di Kecamatan Cipaku Dengan Metode Linier Programming," vol. 03, no. 01, pp. 85–97, 2016.

Moengin, P. 2011. Metode Optimasi. Bandung: CV Muara Indah.

Purcell, E.J., Dale, V., and Steven, E.R. 2003. Calculus Eighth Edition Varberg, Purcell, Ringdon. Jakarta: Erlangga.

Safitri, Elfira. Dkk. 2019. Optimasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru). Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol 5, No 1.

Siregar, Zufri Hasrudy dan Nigsih, Margie Subahagia. Metode-Metode Praktis Riset Operasi.